Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II
Dr. S. Kühnlein
Heiner Utz

Karlsruhe, 2. 7. 2003

Mathe II für Inwis
Übungsblatt 10

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei U eine offene Menge im $\mathbb{R}^n$ und $f : U \longrightarrow \mathbb{R}$ eine einmal stetig partiell differenzierbare Funktion. Weiter sei $\gamma : [0,1] \longrightarrow U$ ein differenzierbarer Weg. Man zeige:

$f \circ \gamma$ ist genau dann konstant, wenn für alle $t \in]0,1[$ gilt, dass $(\gamma'(t))^\top \cdot \operatorname{grad}(f(\gamma(t))) = 0$ ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Seien $a_1, \ldots, a_n$ Punkte im $\mathbb{R}^m$. Man zeige, dass die Summe der Abstandsquadrate

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} \mid x - a_i \mid^2$$

ein Minimum im Punkt $\frac{1}{n} \sum\limits_{i=1}^{n} a_i$ hat.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Man bestimme Lage und Art der lokalen Extrema der Funktionen:

a) $f(x,y) = x^2 + xy + y^2 + x + y + 1$

b) $f(x,y) = \sin x + \sin y + \sin(x+y)$ für $0 < x, y < \frac{\pi}{2}$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei

$$f(x,y) = \begin{cases} xy\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Man zeige, dass $\frac{\partial f}{\partial x}(0,y) = -y$ für alle y und $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0,0) = -1$, aber $\frac{\partial f}{\partial y}(x,0) = x$ für alle x und $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) = 1$ ist, die gemischten Ableitungen im Nullpunkt also nicht übereinstimmen.

Abgabe: Am 9. Juli 2003 bis 12.00 Uhr in die Kästen bei Zi. 328 des Mathematikgebäudes.