

Mathe II für Inwis
Übungsblatt 2

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei $x_0 = 2$ und x_n rekursiv definiert durch $x_n = x_{n-1} - \frac{x_{n-1}^2 - 2}{2x_{n-1}}$.

a) Man zeige mit vollständiger Induktion: $\sqrt{2} < x_{n+1} < x_n$

b) Man zeige, dass $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \sqrt{2}$ gilt.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine monoton fallende Folge nicht negativer Zahlen mit $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$. Man zeige, dass die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x_n$ konvergiert.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Man zeige, dass die Reihe $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - n}$ konvergiert und bestimme ihren Wert.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Es war kurz vor Mitternacht, als ich auf einem Besuch in Elea Zenon's Bar, die in gewissen Kreisen auch „Akademiker Schwemme“ genannt wurde, betrat.

Durch ein Fenster konnte man einen Pfeil beobachten, der, obwohl soeben abgeschossen, bewegungslos in der Luft verharrte.

Ich durchschritt die Bar, um mir an der Theke ein alkoholhaltiges Erfrischungsgetränk zu bestellen, als ich eine Stimme, etwas gurgelnd, hörte, die einem antiken Helden, der vor Troia kämpfte, ein Wettrennen vorschlug. Da der Urheber der Stimme ein Angehöriger der Art *Testudo hermanni boettgeri* war, sein Gegenüber aber ein schneller Läufer, war ich neugierig, wie die Diskussion ausging.

Ich besorgte mir mein alkoholhaltiges Kaltgetränk und setzte mich, nachdem ich höflich um Erlaubnis gefragt hatte, an ihren Tisch.

Nach kurzer Zeit war die Diskussion so weit, dass der antike Held seinem Gegenüber vorschlug, am nächsten Tag mit ihm ein Rennen über 1000 Meter zu bestreiten, wobei er ihm sogar 500 Meter Vorsprung geben wollte, da er der Meinung war, dass sein vermeindlicher Gegner 10 mal langsamer sei als er. Der Angehörige der Art *Testudo hermanni boettgeri* stimmte zu, und man einigte sich auf 5 Uhr freies Feld.

Etwas später, der antike Held war bereits gegangen, fragte ich *Testudo hermanni boettgeri*, wieso er so sicher sei zu gewinnen. Hierauf antwortete er, dass es keinen Zweifel geben könne, da ja folgende Tatsache völlig klar sei:

„Ist unser Held bei 500 Metern angelangt, so habe ich bereits 50 Meter zurückgelegt. Hat er dann die 50 Meter zurückgelegt, so bin ich ihm 5 Meter voraus. Es ist immer so, dass unser Held, immer wenn er den Punkt erreicht, an dem ich gerade war, eine Strecke zurücklegen muss, die ich bisher gelaufen bin. Also kann ich nicht verlieren!“

Beeindruckt von dieser Argumentation und etwas beschwipst verließ ich die Bar. Auf dem Heimweg dachte ich über das Gesagte nach und mir fielen zwei Argumente ein, warum der Angehörige der Art *Testudo hermanni boettgeri* nicht gewinnen konnte.

Welche ?

Abgabe: Am 14. Mai 2003 bis 12.00 Uhr in die Kästen bei Zi. 328 des Mathematikgebäudes.