Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II
Dr. S. Kühnlein
Heiner Utz

Karlsruhe, 28. 5. 2003

Mathe II für Inwis
Übungsblatt 5

Aufgabe 1 (4 Punkte)

i) Man gebe den maximalen Definitionsbereich der folgenden Funktionen an und berechne ihre Ableitungen:

a) $\frac{\cos(\sin(e^{x^2}))}{x^4-1}$

b) $\sqrt{\sin(x^2+5)\cdot\cos(x)}$

ii) Man bestimme folgende Grenzwerte:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(ax)}{\sin(bx)}$

b) $\lim\limits_{x\to\infty} e^{-x}\cdot x^{25}$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Seien $f, g : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ stetige Funktionen und im Intervall $]a,b[$ differenzierbar. Man zeige: Ist $g'(x) \neq 0$ für alle $x \in]a,b[$, so gibt es ein $x_0 \in]a,b[$ mit

$$\frac{f(a)-f(b)}{g(a)-g(b)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)} \ .$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei V der Vektorraum der auf $\mathbb{R}$ konvergenten Potenzreihen. Man zeige, dass jedes $a \in \mathbb{R}$ ein Eigenwert der linearen Abbildung $\frac{d}{dx} : V \longrightarrow V$ ist und bestimme den zugehörigen Eigenraum.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Seien $f_1, f_2, g :]-1;1[\longrightarrow \mathbb{R}$ differenzierbare Abbildungen mit folgenden Eigenschaften:

i) Für alle $x \in]-1;1[$ gilt $f_1(x) \leq g(x) \leq f_2(x)$.

ii) Es ist $f_1(0) = f_2(0)$ und $f_1'(0) = f_2'(0)$.

Man zeige, dass dann $f_1(0) = g(0)$ und $f_1'(0) = g'(0)$ gilt.

Abgabe: Am 4. Juni 2003 bis 12.00 Uhr in die Kästen bei Zi. 328 des Mathematikgebäudes.