

Mathe II für Inwis
Übungsblatt 7

Aufgabe 1 (4 Punkte)

a) Man berechne folgende Integrale:

i) $\int_{-1}^1 e^{-|x|} dx$; ii) $\int_0^{3\pi} x \cdot \cos(x) dx$; iii) $\int_2^{-2} e^y dx$.

b) Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \in [9, 11] \\ x^2 + 1 & \text{sonst} \end{cases}$.

Man berechne die Integrale $\int_0^{10} f(x) dx$ und $\int_{11}^{15} f(x) dx$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei V der Vektorraum der stetigen Funktionen $[0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$.

a) Man zeige, dass auf V durch

$$\langle f, g \rangle := \int_{-1}^1 f(x) \cdot g(x) dx$$

ein Skalarprodukt definiert ist.

b) Man konstruiere aus $\{1, x, x^2, x^3\}$ ein Orthonormalsystem in V .

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Erfolgsautor Gerhard S. war sichtlich zufrieden mit seinem neuen Agendathriller, den er eben beendet hatte. Er legte seinen Stift beiseite, wurde dann aber plötzlich gewahr, dass ihm noch eine Integrationsfigur abhanden gekommen war, die doch ursprünglich so zentrale Bedeutung hatte. So sehr er sich auch mühte, er konnte sich nicht an sie erinnern. Nur wusste er noch, dass es sich um die Figur unter dem Graphen eines höchstens quadratischen Polynoms handelte*, und dass das Integral von 0 bis 10 den Wert 1 hatte, das von 20 bis 10 den Wert 0 und das von 0 bis 5 den Wert 1.

Wie könnte das Polynom gelautet haben?

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Für $k \in \mathbb{Z}$ berechne man $\int_0^1 \exp(2\pi i k x) dx$.

Abgabe: Am 18. Juni 2003 bis 12.00 Uhr in die Kästen bei Zi. 328 des Mathematikgebäudes.

*schließlich ging es um die Quadratur des Kreises