Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II
Dr. S. Kühnlein
Heiner Utz

Karlsruhe, 25. 6. 2003

Mathe II für Inwis

Übungsblatt 9

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Man zeige, dass das uneigentlich Integral

$$\int_0^\infty \sin(\frac{1}{x^2})\ dx$$

existiert.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ die Funktion mit den Eigenschaften $f(x) = x$ für $x \in [-\pi, \pi[$ und $f(x + 2\pi) = f(x)$ für alle x. Man bestimme die Fourierreihe von f.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei $f : [0, 1] \longrightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion, die auf $]0, 1[$ zweimal stetig differenzierbar ist. Dann existiert ein $\xi \in]0, 1[$ mit

$$\int_0^1 f(x)\ dx = \frac{1}{2}(f(0) + f(1)) - \frac{1}{12} f''(\xi)\ .$$

Hinweis: Man betrachte die Hilfsfunktion $\varphi(x) = \frac{1}{2}x(1-x)$ und nutze aus, dass $\varphi''(x) = -1$ ist.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Für $x > 0$ sei $\Gamma(x) := \int_0^\infty t^{x-1}e^{-t}\ dt$. Man zeige:

i) $\Gamma(x)$ konvergiert für alle $x > 0$.

ii) Es gilt: $\Gamma(x + 1) = x\Gamma(x)$.

iii) Es gilt für alle $n \in \mathbb{N}$: $\Gamma(n + 1) = n!$

Abgabe: Am 2. Juli 2003 bis 12.00 Uhr in die Kästen bei Zi. 328 des Mathematikgebäudes.