Universität Karlsruhe
Mathematisches Institut II
Dr. Stefan Kühnlein
Lars Hoffmann

Elementare Zahlentheorie

Sommersemester 2004

7. Übungsblatt

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Sei $p \in \mathbb{P}$. Zeigen Sie, dass $\mathbb{Z}$ dicht in $\mathbb{Z}_p$ liegt.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Sei $p \in \mathbb{P}$. Zeigen Sie:

a) Für $x, y, z \in \mathbb{Z}_p$ gilt $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$.

b) Sei $x \in \mathbb{Z}_p$ und $n \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{Z}_p$ mit $B_z(p^{-n}) = B_x(p^{-n})$.
Dabei sei $B_x(r) := \{y \in \mathbb{Z}_p \mid d(x, y) \leq r\}$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Berechnen Sie $(\frac{5317}{6113})$ und $(\frac{541}{1223})$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Sei $a \in \{3, 5, 7\}$. Zeigen Sie, dass es unendlich viele Primzahlen p gibt, die

$$p \equiv a \bmod 8$$

erfüllen.

ABGABE bis Mittwoch, den **09. Juni 2004, 14:00 Uhr** in den gekennzeichneten Einwurfkästen im Kollegiengebäude Mathematik, 3. OG neben Zimmer 308 oder zu Beginn der Übung.